Лінійна алгебра

**Лабораторна робота № 1.**

**Тема.** Розв'язання СЛАР матричним методом та методом Гаусса, оцінка точності розв’язку та уточнення коренів.

***Короткі теоретичні відомості.***

Матричний запис системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Алгоритм знаходження оберненої матриці. Формула знаходження розв’язку системи матричним методом. Метод Крамера розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття абсолютної та відносної похибки. Оцінка точності розв’язання системи за допомогою нев’язки (відхилу). Ітераційна процедура уточнення коренів.

Пакет ***linalg*** системи ***Maple***. Оператори ***inverse, gausselim, gaussjordan*** та ***linsolve***.

***Література:*** [**1**, с. 22-29, **2**, c. 55-57, 70-77, **3**, c. 24-28, **4**, c.19-21, лекції].

***Базова література***

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Часть 1 / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2007. – 288 с.
2. Лунгу К. Н. Сборник задач по высшей математике. І курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – М. : Айрис-Пресс, 2007. – 576 с.
3. Дубовик, В.П. Вища математика: Навч. посібн. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик – 4-е вид. – К.: Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
4. Дубовик, В.П. Вища математика: Збірник задач. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик – 2-е вид. – К.: Ігнатекс-Україна, 2012. – 480 с.

***Література по Maple***

1. Сдвижков О.А. Математика на компьютере: Maple 8. – М.: Солон-Пресс, 2003. – 176 с.
2. Савотченко С.Е. Методы решения математических задач в *Maple*: Учебн. пособ. / С.Е. Савотченко, Т.Г. Кузьмичева. – Белгород: Белаудит, 2001. – 116 с.
3. Касюк, C.Т., Логвинова, А.А. Высшая математика на компьютере в программе Maple 14: учебное пособие по лабораторным работам / С.Т. Касюк, А.А. Логвинова. — Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. — 57 с.

**Задача 1.**

Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного метода. Знаходження оберненої матриці виконати в системі ***Maple*** по кроках, з обчисленням всіх необхідних алгебраїчних доповнень та виконанням перевірки. При обчисленнях зберігати 7 десяткових значущих цифр.

Для перевірки точності отриманого розв’язку знайти точний розв’язок системи за допомогою оператора ***linsolve***  з точністю 10 десяткових цифр після коми та визначити абсолютну й відносну похибки знайденого раніше розв’язку системи матричним методом.

Для кожного рівняння визначити нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку. Порівняти значення нев’язок та абсолютних похибок.

Розширена матриця системи отримується після підстановки номеру варіанта *N*:



**Задача 2.**

Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного методу з використанням арифметики звичайних дробів (точний розв’язок) та арифметики десяткових дробів (наближений розв’язок). При обчисленнях зберігати 7 десяткових значущих цифр.

Знайти абсолютну й відносну похибки розв’язку системи. Оцінити абсолютну похибку за допомогою нев’язки.

З використанням арифметики десяткових дробів з 14 значущими цифрами провести 2 ітерації уточнення коренів. Визначити абсолютну похибку отриманого уточненого розв’язку та знайти нев’язку системи. Порівняти з початковими похибками.

Розширена матриця системи отримується після підстановки номеру варіанта N:



**Задача 3.**

**Метод Гаусса-Жордана.** Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, методом Гаусса-Жордана. Перетворення виконувати по крокам, з використанням розширеної матриці. При обчисленнях зберігати 7 значущих цифр.

Для перевірки знайти точний розв’язок системи з точністю 10 значущих цифр за допомогою оператора linsolve системи комп’ютерної алгебри Maple та визначити абсолютну й відносну похибки знайденого розв’язку системи методом Гаусса-Жордана.

Розширена матриця системи отримується після підстановки номеру варіанта N:



**Задача 4.**

**Метод Гауса з вибором провідного елемента.** Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею в попередній задачі, методом Гаусса з вибором провідного елемента. Перетворення виконувати по крокам, з використанням розширеної матриці. При обчисленнях зберігати 7 значущих цифр.

Для перевірки знайти точний розв’язок системи з точністю 10 значущих цифр за допомогою оператора linsolve системи комп’ютерної алгебри Maple Визначити абсолютну і відносну похибки.

**Порівняння результатів обчислень в задачах 3 і 4.** Порівняти значення та точність отриманих розв’язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса-Жордана і методом Гаусса з вибором провідного елемента. Зробити висновки.

**Задача 5.**

Система лінійних алгебраїчних рівнянь задана розширеною матрицею коефі­цієнтів.



Знайти першу, другу і третю норми матриці коефіцієнтів та число обумовленості матриці А. Знайти розв’язок системи рівнянь методом Гауса-Жордана. Розвязання виконати двома способами:   
а) по кроках з отриманням всіх проміжних матриць, обчислення проводити з точністю 5 знаків після десяткової коми.  
б) за допомогою оператора ***gaussjordan*** з точність 10 знаків.

Для кожного рівняння визначити нев’язку та оцінити точність отриманого рішення. Виконати два кроки процедури уточнення коренів. Порівняти абсолютну та відносні точності уточненого розв’язку з відповідними значеннями точності розв’язку, отриманого за допомогою метода Гаусса-Жордана.